За алгоритмом навколишнє середовище для мурах представлено неорієнтованим графом. Кожне ребро має вагу, яка позначається як відстань між двома вершинами. Мураха може подорожувати по грані в будь-якому напрямку. Ймовірність включення ребра в маршрут окремої мурахи пропорційна до кількості феромонів на цьому ребрі, а кількість відкладеного феромону пропорційне до довжини маршруту. Чим коротший маршрут, тим більше феромону буде відкладено на його ребрах, отже, більша кількість мурах буде включати його у власні маршрути. Ймовірність переходів визначається за формулою:

$$P_{ij}(t) = \frac{l_{ij}^{q} \cdot f_{ij}^{p}(t)}{\sum_{k=0}^{N} l_{kj}^{q} \cdot f_{kj}^{p}(t)},$$

де l_{ij} – величина, обернена до довжини ребра між вершиною *i* та вершиною *j*, її можна позначити: $l_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$; $f_{ij}(t)$ – кількість феромонів в ребрі *ij* під час кроку ітерації *t*; *N* – множина ребер, що доступні на даний момент мурасі; *p* і *q* – константні величини (ймовірності), які визначаються перед початком алгоритму, $p + q = 1$.

Після проходження всіх ребер до знаходження розв'язку йде оновлення феромону, чим довший шлях тим менше феромону відкладається.

Висновок

Застосування математичних методів та сучасних інформаційних технологій для оптимізації маршрутів у транспортній логістиці дозволяє значно підвищити ефективність перевезень. Використання методів оптимізації сприяє зменшенню витрат, скороченню часу доставки та підвищенню якості обслуговування клієнтів.

Список використаних джерел:

1. Хейло І.С., Колесник Л.В. Дослідження методів оптимізації маршрутів для доставки вантажів логістичної компанії // Матеріали конференції КІТ-2024, Харків, ХНАДУ, 20.11.2024.
2. А. П. Мироненко. «Застосування модифікованого алгоритму Кларка Райта для оптимізації транспортних мереж» // Вісник Національного технічного університету України «КПІ», т. 4, с. 33-38, 2019.
3. Заграй В.В. Система управління логістикою транспортною компанією з доставкою замовлення. URL:https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/3d759794-9a04-4167-a25a-d07255fb9d75/ content

УДК 519.6:629.7+519.873

АЕРОДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКУ: МАТЕМАТИЧНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЇХ ЗНАЧЕННЯ ДЛЯ АВІАЦІЇ

Дарія Бойко
Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ

Науковий керівник – Тетяна Левковська, ст.викладач

Ключові слова: моделі турбулентності, аеродинамічне моделювання, рівняння Нав'є-Стокса.

Аеродинамічні моделі турбулентного потоку важливі для аналізу та оптимізації характеристик літальних апаратів, оскільки турбулентні потоки є частиною реальних умов польоту. Турбулентність впливає на аеродинамічні сили, стійкість, маневреність і паливну ефективність. Однак, через складність таких потоків, їх моделювання залишається складною задачею. Розробка точніших моделей турбулентності необхідна для покращення прогнозів аеродинамічних характеристик і підвищення ефективності авіаційних технологій.

Метою цієї роботи є аналіз сучасних математичних моделей турбулентних потоків, їх застосування для вирішення аеродинамічних задач, а також визначення їх значення для оптимізації конструкцій літальних апаратів та підвищення безпеки польотів.

Аеродинамічне моделювання — це створення математичних моделей і комп'ютерних симуляцій для прогнозування властивостей об'єктів, що взаємодіють з повітряним потоком. Методи проектування аеродинамічних форм транспортних засобів можна поділити на кілька етапів: інженерні наближені методи, моделювання за методами особливостей та підходи, що базуються на інтеграції рівнянь Нав'є-Стокса [1,2].

Для наукового обґрунтування результатів досліджень аеродинамічної моделі турбулентного потоку використовують метод великомасштабного усереднення (LES) та усереднене рівняння Рейнольдса (RANS). Перевагою рівнянь RANS є те, що вони описують усереднені характеристики потоку, що важливо для аеродинаміки, і дозволяють уникнути складних розрахунків турбулентних потоків. Однак вони є незамкнутими через невідомий тензор рейнольдсової напруги та тепловий потік, що вимагає емпіричних співвідношень.

Метод усереднення Рейнольдса полягає в тому, щоб замінити змінні (швидкість, тиск та ін.) на їх усереднені значення, (тобто на середні значення, що відображають статистичні характеристики турбулентного потоку). Це допомагає звести складні рівняння до більш керованої форми. Нехай $\vec{u}\left(\vec{x},t\right)$ - це змінна швидкості в точці $\vec{x}$ і в момент часу *t*. У методі усереднення вводять середню швидкість $\bar{\vec{u}}\left(\vec{x},t\right)$ яка є середнім значенням швидкості на певному просторі або часі: $\vec{u}\left(\vec{x},t\right)=\bar{\vec{u}}\left(\vec{x},t\right)+\vec{u}'\left(\vec{x},t\right)$, де $\bar{\vec{u}}\left(\vec{x},t\right)$- середнє значення швидкості, $\vec{u'}\left(\vec{x},t\right)$ - флуктуація швидкості, яка відображає відхилення від середнього значення. Рівняння Нав'є-Стокса у усереднення вигляді для випадку стаціонарного потоку набирає вигляду $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\overline{\vec{u}\cdot\nabla\vec{u}}=-\frac{1}{\rho}\nabla\bar{p}+\nu\nabla^2\bar{\vec{u}}-\nabla\cdot\bar{\bar{\tau}}+\vec{f}$, де $\bar{\bar{u}}$ - середня швидкість потоку, p - середній тиск, ν — кінематична в'язкість, ρ — густина потоку, f — зовнішні сили (гравітаційне поле або інші навантаження), τ — турбулентний тензор напружень (описує вплив турбулентних флуктуацій), ∇ — оператор градієнта. Турбулентний тензор напружень $\bar{\tau}_{ij}$ є ключовим терміном у рівнянні Нав'є-Стокса. Цей термін описує додаткові сили, які виникають через турбулентні флуктуації. Він залежить від швидкості флуктуацій $\vec{u'}$ і має вигляд: $\bar{\tau}_{ij}=\rho\overline{u_i'\cdot u_j'}$, де $\overline{u_i'\cdot u_j'}$ - це середня величина добутку компонент флуктуацій швидкості, що має фізичний зміст турбулентних напружень [1,3].

Оскільки рівняння Нав'є-Стокса складні і не мають аналітичних розв'язків, метод усереднення Рейнольдса спрощує задачу, моделюючи середні характеристики потоку. Це дозволяє отримувати прогнози аеродинамічних характеристик, таких як підйомна сила, опір і стійкість літальних апаратів. Метод великомасштабного усереднення (LES) зосереджується на усереднені великих масштабів потоку, зберігаючи дрібномасштабні коливання. LES точніший за RANS, оскільки усереднює тільки великі турбулентні структури, залишаючи малі флуктуації непорушеними.

Замість цього вводиться модель, що описує вплив малих масштабів на великий потік через турбулентні напруження, коригуючи ефект малих вихорів [3].

Висновок

Математичні моделі турбулентних потоків є основою для прогнозування аеродинамічних характеристик літальних апаратів, що допомагає вдосконалювати їх конструкцію та покращувати ефективність і безпеку. Врахування турбулентності в моделях має вирішальне значення для зниження витрат пального в авіаційних технологіях.

Список використаних джерел:

1.Сушак, М.Б., Кушніренко, О.В., Сиворакша, Д.В., & Дудник, Т.Г.(2019). *Моделювання аеродинамічної інтерференції при створенні перспективних літаків. Збірник наукових праць ДНДІ ВС ОВТ, 4(14).*
2. Durbin, P. A., & Reuther, J.(2021). *Numerical methods for turbulent flow simulation using Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS) in aerodynamics.* Journal of Aircraft, 58(2), 486-503.
3. Nguyen, C. P., & Liao, K. H.(2020). *Turbulence modeling using large eddy simulation (LES) and Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) in low-Reynolds-number flows.* International Journal of Heat and Fluid Flow, 88, 108726

УДК 517.9

ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Аліна Кайденко, Ніка Зембіцька

Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ

Науковий керівник – Валентина Петрусенко, к.т.н., доц.

Ключові слова: похідна, екстремум, функція, графік, критична точка

Вступ. Похідна функції відіграє важливу роль у природничо-наукових та інженерно-технічних дослідженнях. Актуальність застосування похідної при вирішенні прикладних задач пояснюється її здатністю описувати зміну величин та визначати екстремальні значення функцій у різних сферах науки, техніки, економіки тощо.

Мета. Метою роботи є дослідження застосування похідної для розв'язання практичних задач у різних галузях, визначення значимості математичного аналізу в оптимізації процесів і прийнятті ефективних рішень.

Матеріали та методи. Застосування похідної для розв’язання прикладних задач охоплює кілька основних етапів. На першому етапі відбувається побудова математичної моделі, цей етап потребує ґрунтовних знань суміжних дисциплін або дисциплін, у мові яких виникає прикладна задача. На другому етапі відбувається дослідження математичної моделі, тобто розв’язування отриманої математичної задачі, цей етап дає змогу передбачити розвиток процесу, розрахувати його характеристики. На третьому