УДК 519.175.4 + 681.142

ПРО ЙМОВІРНІСТЬ ЗВ'ЯЗНОСТІ ПОДВІЙНОГО ЦИКЛА

Станіслав Чистяков

Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ

Науковий керівник – Олександр Глухов, к.ф-м.н, доц.

Ключові слова: складна дискретна система, граф, зв'язність, квазівипадковий граф.

Розглядається наступна загальна задача: знайти ймовірність $P(G_n, k)$ зв'язності даного графа G_n на n вершинах при видаленні з нього k ребер [1]. В цій роботі дана загальна задача буде розглянута для графа простої структури, який називається подвійним циклом. Подвійний цикл $Z_n^{(2)}$ це граф з вершинами $\{1, 2, ..., n\}$, в якому пари вершини $(k, k+1), k \in \{1, 2, ..., n-1\}, (n,1)$ з'єднані парою паралельних ребер; таким чином, граф $Z_n^{(2)}$ має n вершин і $2n$ ребер. Очевидно, що звичайна реберна зв'язність подвійного цикла дорівнює 4. Нижче будуть отримані оцінки ймовірності зв'язності подвійного цикла (рис.1).

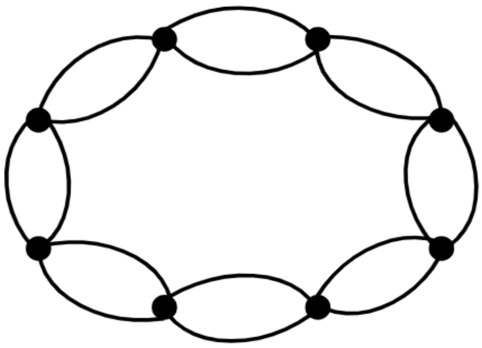

Рис.1

Загальне число варіантів видалення k ребер дорівнює $\binom{2n}{k}$, а число «сприятливих» варіантів видалення k ребер, коли граф залишається зв'язним можна порахувати як

$$\binom{n}{k} \times 2^k + n \times \binom{n-1}{k-2} \times 2^{k-2}$$
.

Таким чином, $P(Z^{(2)}{}_n, k) = 2^k \binom{n}{k} \times \binom{2n}{k}^{-1} \times (1 + \frac{k(k-1)}{4(n-k+1)(n-k+2)})$.

Враховуючи, що $k < n$, а також відому нерівність $1 - x < \exp(-x)$ отримаємо, що

$$P(Z^{(2)}{}_n, k) = \exp(-\frac{k^2}{4n}) \times (1 + O(\frac{k^2}{n^2})) .$$

Розглянемо тепер альтернативний підхід до оцінки величини $P(Z^{(2)}{}_n, k)$, який базується на результатах роботи [2]. Нехай $G_n(p)$ - квазівипадковий граф на базі графа $Z_n^{(2)}$, де $p = 1 - \frac{k}{2n}$.

Нагадаємо, що квазівипадковим графом на основі зв'язного граф графа G називається граф $G(p)$ з множиною $(G(p))^0 = G^0$ вершин і з випадковою множиною $E = (G(p))^1$ ребер для якої виконуються умови:

$\mathrm{Prob}(u \in E) = p, u \in G^1$, $\mathrm{Prob}(u \in E) = 0, u \notin G^1$.

Фактично це означає, що кожне ребро графа $Z_n^{(2)}$ випадковим чином розривається з ймовірністю $q = \frac{k}{2n}$. Позначимо через P ймовірність зв'язності графа $G_n(p)$ і оцінимо величину $Q = 1 - P$. Розглянемо наступний мультикаркас графа $G_n(p)$: $M = \{M_j\}_1^n, M_j = \{u_j, u'_j\}$, де u_j, u'_j пара паралельних ребер з кінцями в вершинах $j, j+1$. Згідно з теоремою 1 [2] має місце нерівність:

$$Q \le nq^2 = \frac{k^2}{4n},$$

Звідки одразу випливає, що $P = 1 - \frac{k^2}{4n}$, що добре узгоджується з попередньою оцінкою.

Висновок

На підставі отриманих оцінок ймовірності зв'язності подвійного циклу на n вершинах, можна зробити висновок, що він з великою ймовірністю залишається зв'язним, якщо з нього видалені $k = o(\sqrt{n})$ ребер.

Список використаних джерел:

1. Глухов А.Д. Квазислучайные графы и структурная устойчивость сложных дискретных систем. - Электронное моделирование, т. 38, №5, 2016, с.35-41.
2. Glukhov O.D. On the connectivity of quasi-random graphs. - Електронне моделювання, т. 46, №6, 2024 , с.3 -7.

УДК 656.6.517

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ КРИВИХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Пуршев Владислав

Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ

Науковий керівник – Олександр Давидов, к.ф.-м.н., доц.

Ключові слова: парабола, канонічне рівняння параболи, параметр параболи, рівняння кола.

Вступ. Для опису багатьох процесів використовують квадратичні функції. Графіком квадратичної функції є парабола, канонічне рівняння якої у прямокутній декартовій системі координат має вигляд

$$y^2 = 2px,$$

де p – параметр параболи.

Цікавими є також теоретичні задачі, пов'язані з кривими другого порядку.